



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

La sezione trasversale di un canale di irrigazione ha la forma di un trapezio isoscele con la base maggiore in alto. Sia la base minore che i due lati obliqui misurano 2 metri.

1. Se x è l'angolo acuto del trapezio, si dimostri che l'area della sezione trasversale del canale è:

$$A(x) = 4\operatorname{sen}x(1 + \cos x).$$

2. Si studi la funzione $A(x)$ e si tracci il suo grafico γ nell'intervallo $0 \leq x \leq 2\pi$.
3. Si calcoli l'area della regione di piano σ limitata dalla curva γ e dall'asse delle x .
4. Si scelga a caso un punto all'interno del rettangolo determinato dagli assi cartesiani, dalla retta $x = \pi$ e dalla tangente alla curva γ nel suo punto di massimo relativo. Si determini la probabilità che il punto scelto a caso risulti esterno a σ .

PROBLEMA 2

Si consideri la funzione:

$$f(x) = \frac{\ln^2 x + 2 \ln x + 2}{x}.$$

1. Si studi tale funzione e si tracci il suo grafico γ , su un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy .
2. Si scrivano le equazioni delle tangenti a γ nei punti di flesso e si calcoli l'area del trapezio che esse formano con gli assi cartesiani.
3. Si calcoli il volume del solido generato dal suddetto trapezio in una rotazione completa attorno all'asse x .
4. Si calcoli l'area della regione di piano, limitata dalla curva γ , dall'asse delle x e dalle rette $x = 1$, $x = e$.



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Alcuni ingegneri si propongono di costruire una galleria rettilinea che colleghi il paese A, situato su un versante di una collina, col paese B, che si trova sul versante opposto. Da una terza località C i progettisti misurano le distanze $CA = 837$ metri, $CB = 1164$ metri e l'angolo \hat{ACB} la cui ampiezza è $44,5^\circ$. Si calcoli quale sarà la lunghezza della galleria.

2. Si calcoli il limite della funzione $\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{2}{x^2}$, quando x tende a 0.

3. Una finestra ha la forma di un rettangolo sormontato da un semicerchio avente per diametro un lato del rettangolo; il contorno della finestra misura l . Si determinino le dimensioni del rettangolo affinché l'area totale della finestra sia massima.

4. Si scriva l'equazione della tangente al diagramma della funzione:

$$f(x) = \log_x(x^2 + 4)$$

nel punto P di ascissa $x = 2$.

5. La superficie piana S, delimitata dalla curva γ di equazione $y = x^2\sqrt{x+1}$ e dall'asse x nell'intervallo $-1 \leq x \leq 0$, è la base di un solido Σ , le cui sezioni, ottenute con piani perpendicolari all'asse x , sono tutte quadrati. Si calcoli il volume di Σ .

6. Si dimostri che $\int_1^2 \frac{x}{x-1} dx = +\infty$.

7. Tenuto conto che: $\log 2 = \int_0^{\pi/3} \operatorname{tg} x dx$,

si calcoli un'approssimazione di $\log 2$, utilizzando uno dei metodi di integrazione numerica studiati.

8. Si determini per quale valore di x si ha $e^{10^x} = 10^{e^x}$.

9. Si determini la probabilità che in otto lanci di una moneta si presenti croce un numero dispari di volte.

10. In una figliata di quattro gattini, è più probabile che due siano maschi e due siano femmine, oppure che tre siano di un sesso e uno dell'altro?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.