

PROBLEMA 1

Sia λ la parabola d'equazione $f(x) = 1 + x^2$

- Sia F il fuoco di λ e r la sua retta direttrice. Si determinino le coordinate di F e l'equazione di r
- Siano A e B i punti di λ di ordinata 5 e S il segmento parabolico di base AB . Si determini la retta $y = k$ che dimezza l'area di S .
- Si determini il volume del solido generato dalla rotazione di S intorno all'asse x .
- Si calcoli $\int_0^1 \frac{dx}{f(x)}$ e lo si interpreti geometricamente.

PROBLEMA 2

Nel piano Oxy sono dati i punti $A(2, 0)$ e $B(4, k)$, con $k \in R$. Sia P il punto ottenuto dalla intersezione della retta $x = k$ con la perpendicolare per B alla retta AB .

- Si provi che il luogo geometrico γ descritto da P al variare di k ha equazione:

$$y = \frac{x^2 - 2x + 8}{x}$$

- Se disegni γ
- Si scriva l'equazione della retta r tangente a γ nel punto di ascissa 1
- Si calcoli l'area della parte di piano delimitata da r , da γ e dalla retta $x = 2$.

QUESTIONARIO

1. Sia $p(x)$ un polinomio di grado n . Si dimostri che la sua derivata n -esima è $p^{(n)}(x) = n! a_n$ dove a_n è il coefficiente di x^n
2. Siano ABC un triangolo rettangolo in A , r la retta perpendicolare in B al piano del triangolo e P un punto di r distinto da B . Si dimostri che i tre triangoli PAB , PBC , PCA sono triangoli rettangoli.
3. Sia γ il grafico di $f(x) = e^{3x} + 1$. Per quale valore di x la retta tangente a γ in $(x, f(x))$ ha pendenza uguale a 2?
4. Si calcoli:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$$

5. Un serbatoio ha la stessa capacità del massimo cono circolare retto di apotema 80cm . Quale è la capacità in litri del serbatoio?
6. Si determini il dominio della funzione $f(x) = \sqrt{\cos x}$
7. Per quale o quali valori di k la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 11x - 4, & x \leq 4 \\ kx^2 - 2x - 1, & x > 4 \end{cases}$$

è continua in $x = 4$?

8. Se $n > 3$ e $\binom{n}{n-1}$, $\binom{n}{n-2}$, $\binom{n}{n-3}$ sono in progressione aritmetica, qual è il valore di n ?
9. Si provi che non esiste un triangolo ABC con $AB=3$, $AC=2$ e $\hat{A}BC = 45^\circ$. Si provi altresì che se $AB = 3$, $AC = 2$ e $\hat{A}BC = 30^\circ$, allora esistono due triangoli che soddisfano queste condizioni.
10. Per la ricorrenza della festa della mamma, la sig.ra Luisa organizza una cena a casa sua, con le sue amiche che hanno almeno una figlia femmina. La sig.ra Anna è una delle invitate e perciò ha almeno una figlia femmina. Durante la cena, la sig.ra Anna dichiara di avere esattamente due figli. Si chiede: qual è la probabilità che anche l'altro figlio della sig.ra Anna sia femmina? Si argomenta la risposta.