BREVE RIASSUNTO TEORICO

Forma algebrica	$a+ib$, con $a,b\in R$
Modulo	$\sqrt{a^2+b^2}$
Anomalia	$\vartheta=\arctan {}^{b}\!/\!_{a}$, con $\vartheta\in]-\pi,\pi]$
Forma trigonometrica	$z=\rho\left(\cos\vartheta+i\sin\vartheta\right)$
Radici n – me	$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{\rho}\left(\cos\frac{\vartheta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\vartheta+2k\pi}{n}\right)$, con $k=0,1,\ldots,(n-1)$

PRINCIPALI FUNZIONI DI DERIVE

RE(z)	Restituisce la *parte reale* del numero complesso z: $RE(x+iy)$ restituisce il valore *x*.
IM(z)	Restituisce la *parte immaginaria* del numero complesso z: $IM(x+iy)$ restituisce il valore *y*.
ABS(z)	Restituisce il *modulo* del numero complesso z: $ABS(x+iy)$ restituisce il valore $\sqrt{x^2+y^2}$.
PHASE(z)	Restituisce l'*argomento*, misurato dal semiasse positivo delle *x* in verso antiorario e con la limitazione all'intervallo $]-\pi,\pi]$, del numero complesso z.
CONJ(z)	Restituisce il *coniugato* del numero complesso z: $CONJ(x+iy)$ restituisce il numero complesso $x-iy$.

PROBLEMA 1

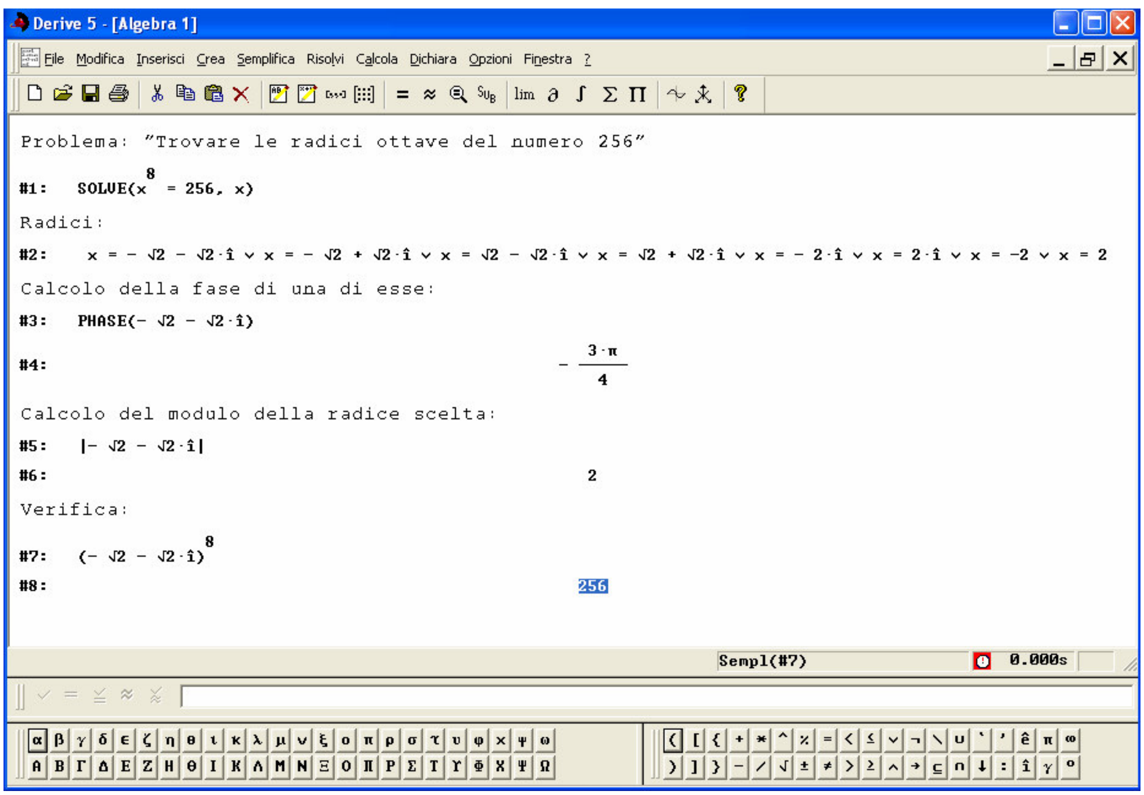
Calcolare le radici ottave di 256, il loro argomento e il loro modulo. Fatto ciò, considerare una delle radici ottenute e verificare che la sua ottava potenza è pari all'unità.

ANALISI DEL PROBLEMA

Come primo passo è necessario settare il software ad operare nel campo dei numeri complessi e, in particolare, si indicherà come "radice principale" quella di minimo argomento positivo o nullo. Conosciuta tale radice, tutte le altre si ottengono a partire da questa aggiungendo all'argomento i successivi sottomultipli, secondo l'indice della radice, dell'angolo giro.
Utilizzeremo il SOLVE che risolve una equazione rispetto alla variabile indicata, cioè $SOLVE\left(f\left(x\right)=\alpha,x\right)$ risolverà l'equazione polinomiale $f\left(x\right)=\alpha$. E' inoltre necessario utilizzare i comandi $Phase\left(z\right)$ e $Abs\left(z\right)$ che restituiscono, rispettivamente, l'anomalia e il modulo del numero complesso *z*.

INDICAZIONI OPERATIVE

1. Clicca sul menu *Dichiara*
2. Porta il cursore su *Impostazioni di semplificazione…*
3. Clicca sul ▼ della voce *Angoli* in e scegli *Radian*
4. Clicca sul ▼ della voce *Modo* e seleziona *Exact*
5. Clicca sul ▼ della voce *Radice n – esima del numero complesso* e scegli *Principal*
6. Clicca su *OK*
7. Digita nel campo bianco in basso l'espressione $SOLVE(x \wedge 8 = 256, x)$ e clicca su *INVIO*
8. Clicca sul pulsante *Semplifica*
9. Clicca sul segno della parte immaginaria del primo numero complesso ottenuto
10. Digita nel campo bianco in basso l'espressione *Phase* e clicca sul tasto funzione *F4*
11. Clicca su *INVIO*
12. Clicca sul segno della parte immaginaria del primo numero complesso ottenuto in precedenza
13. Digita nel campo bianco in basso l'espressione *Abs* e clicca sul tasto funzione *F4*
14. Ripeti i passi 10 – 13 per tutte le soluzioni ottenute dalla risoluzione dell'equazione $x \wedge 8 = 256$
15. Seleziona a caso una delle soluzioni ciccando sul segno che precede la parte immaginaria
16. Digita F4^8
17. Clicca sul pulsante *Semplifica*



PROBLEMA 2

Verificare se, nel campo complesso, vale la proprietà

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

relativa al prodotto di due radici di numeri reali.
(*Suggerimento*: Per fissare le idee, si considerino le radici cubiche dei numeri 27 e 8)

SCHEMA DI PROCEDIMENTO

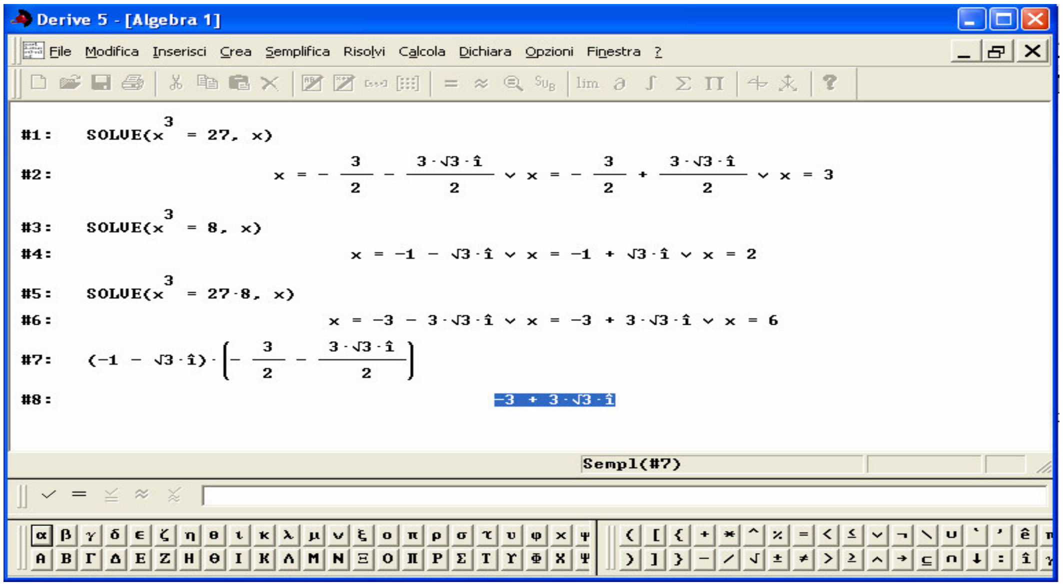
Per risolvere il problema proposto, è necessario calcolare le radici n – me dei numeri considerati e infine le radici n – me del loro prodotto. Fatto ciò bisogna moltiplicare, a scelta, una radice del primo numero con una radice del secondo e notare che tale prodotto è proprio uguale a una delle radici di $\sqrt[n]{a \cdot b}$.

INDICAZIONI OPERATIVE

Dopo aver calcolato le radici n – me di *a*, le radici n – me di *b* e le radici n – me del prodotto *ab*, di proceda come segue:

1. Clicca sul segno della parte immaginaria di una delle radici del primo numero complesso
2. Punta il cursore nel campo bianco in basso e clicca su *F4*
3. Inserisci il simbolo di prodotto "*"
4. Clicca sul segno della parte immaginaria di una delle radici del secondo numero complesso
5. Punta il cursore nel campo bianco in basso e clicca su *F4*
6. Clicca su *INVIO*
7. Clicca sul pulsante *Semplifica*

Esegui le operazioni per tutte le possibili combinazioni delle radici e nota che si ottiene sempre una delle radici n – me del numero complesso *ab*.



Quali conclusioni trai dai risultati ottenuti?

____

____

____

____

PROBLEMA PROPOSTO

Verificare se, nel campo complesso, vale la proprietà

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

relativa al rapporto di due radici di numeri reali.
(*Suggerimento*: Per fissare le idee, si considerino le radici quarte dei numeri 1 e 16)