

Università degli Studi di Palermo
Facoltà di Architettura

Corso Zero di Matematica
Programma di massima

Dr. Erasmo Modica

A.S. 2010/2011

Insiemi numerici

Il linguaggio e i simboli della matematica. Insiemi e loro rappresentazione. Sottoinsiemi di un insieme. L'insieme complementare. Algebra degli insiemi: unione, intersezione, differenza. Generalità sull'insieme \mathbb{N} . Operazioni in \mathbb{N} e loro proprietà. Teorema fondamentale dell'aritmetica. Teorema di Euclide sull'infinità dei numeri primi. Operazioni in \mathbb{Z} e loro proprietà. Generalità sull'insieme \mathbb{Q} . Numeri decimali limitati e illimitati periodici. Frazione generatrice di un numero decimale. Frazioni e loro classificazione. Operazioni con le frazioni. Confronto tra frazioni. Ordinamento denso di \mathbb{Q} . Potenza di base reale ed esponente naturale e proprietà. Potenza di base reale ed esponente intero e proprietà. Rapporti e proporzioni. Proprietà delle proporzioni. Numeri percentuali. Grandezze direttamente e inversamente proporzionali. Definizione di potenza di numeri razionali con esponente intero e proprietà delle potenze. Il problema dell'estrazione di radice e irrazionalità della $\sqrt{2}$. Valore assoluto di un numero reale.

Calcolo letterale

Le espressioni letterali e loro valore. Definizione di monomio. Grado di un monomio. Monomi simili. Operazioni con i monomi: somma algebrica, moltiplicazione, elevamento a potenza, divisione. M. C. D. e m.c.m. di monomi. Definizione di polinomio. Grado di un polinomio. Polinomi ordinati. Principio d'identità dei polinomi. Operazioni con i polinomi. Prodotti notevoli. Divisione fra polinomi. Divisione di un polinomio per il binomio $x - a$. Radici di un polinomio. Teorema del resto e teorema di Ruffini.

M.C.D. e m.c.m. di polinomi. La scomposizione in fattori. La scomposizione mediante il teorema e la regola di Ruffini.

Equazioni e disequazioni di primo grado

Identità ed equazioni. Le equazioni in un'incognita. La soluzione di un'equazione. Equazioni equivalenti e principi d'equivalenza. Risoluzione di un'equazione di primo grado. Discussione dell'equazione $ax = b$. Equazioni frazionarie. Disuguaglianze e disequazioni. Principi di equivalenza per le disequazioni. Discussione della disequazione $ax > b$: disequazioni vere, proprie o sempre false. Rappresentazione grafica dell'insieme delle soluzioni di una disequazione di primo grado.

Radicali

Radici quadrate, cubiche ed $n - me$. Potenze con esponente razionale di un numero reale. Radicali aritmetici. Proprietà invariante dei radicali. Riduzione dei radicali allo stesso indice. Moltiplicazione di radicali. Divisione di radicali. *Portare dentro radice* e *Portare fuori dalla radice*. Potenza di un radicale. Radice di un radicale. L'addizione e la sottrazione dei radicali. Radicali doppi. Razionalizzazione del denominatore di una frazione.

Equazioni e disequazioni di secondo grado

Equazioni di secondo grado incomplete (pure e spurie) e loro risoluzione. Determinazione della formula risolutiva di un'equazione di secondo grado completa. Formula risolutiva ridotta. Realtà delle radici di una equazione di secondo grado. Somma e prodotto di numeri complessi. Relazioni fra soluzioni e coefficienti di un'equazione di secondo grado. Scomposizione di un trinomio di secondo grado in fattori. Segno di un trinomio di secondo grado. Risoluzione di una disequazione di secondo grado in un'incognita. Rappresentazione dell'insieme delle soluzioni. Disequazioni fratte e loro risoluzione.

Sistemi di equazioni e sistemi di disequazioni

Equazioni di primo grado in due incognite. Sistemi di equazioni di primo grado numerici in due incognite. Principi di equivalenza dei sistemi. Le

soluzioni di un sistema lineare in due incognite. Metodi di risoluzione (metodo di sostituzione, metodo del confronto, metodo di riduzione, metodo di Cramer). Discussione di un sistema di equazioni lineari a partire dai coefficienti. Sistemi di equazioni di secondo grado. Sistemi simmetrici. Sistemi di disequazioni intere e fratte.

Geometria piana e geometria solida

Sistema assiomatico. Proposizioni e teoremi. Teoremi inverso, contronominale e contrario. Deduzioni corrette. Regola del modus ponens e regola del modus tollens. Forme di dimostrazione: dimostrazione diretta, dimostrazione per assurdo e dimostrazione mediante controesempio. Semirette e segmenti. Semipiani e angoli. Poligoni. Congruenza. Elementi dei triangoli. Classificazione dei triangoli. Criteri di congruenza dei triangoli. Angoli interni ed esterni ad un triangolo. Rette perpendicolari. Luoghi geometrici. Rette parallele. Trapezio. Parallelogramma. Rombo. Rettangolo. Quadrato. Circonferenza. Angoli al centro e alla circonferenza. Proprietà delle corde. Mutua posizione di una retta e di una circonferenza. Mutua posizione di due circonferenze. Poligoni inscritti e circoscritti. Equivalenza di figure piane. Teoremi di Euclide. Teorema di Pitagora. Grandezze proporzionali e teorema di Talete. Similitudine. Criteri di similitudine dei triangoli. Applicazioni della similitudine. Aree di poligoni. Area del cerchio.

Rette e piani nello spazio. Rette e piani paralleli. Diedri e piani perpendicolari. Prisma indefinito. Parallelepipedo. Piramidi. Poliedri. Cilindro. Cono. Sfera. Aree di superfici di figure solide. Volumi di figure solide.

Geometria analitica

Il sistema di coordinate ascissa sulla retta. Coordinate cartesiane nel piano. Coordinate del punto medio di un segmento. Distanza tra due punti. Grandezze direttamente proporzionali e grandezze inversamente proporzionali. La direzione di una retta e il coefficiente angolare di una direzione. Il coefficiente angolare di una retta e il suo significato geometrico. Equazione cartesiana della retta generica in forma implicita ed in forma esplicita. Equazione della retta passante per due punti. Fascio proprio e fascio improprio di rette. Parallelismo e perpendicolarità di rette nel piano cartesiano. Mutua posizione di due rette nel piano cartesiano.

Esponenziali e logaritmi

Potenze con esponente reale di un numero reale. Proprietà delle potenze con esponente reale. La funzione esponenziale. Rappresentazione grafica della funzione esponenziale $y = a^x$. Definizione di logaritmo. Proprietà dei logaritmi. Passaggio da un sistema di logaritmi ad un altro. La funzione logaritmica. Grafico della funzione logaritmica. Equazioni esponenziali e logaritmiche. Disequazioni esponenziali e logaritmiche.

Trigonometria

Angoli e la loro misura in gradi ed in radianti. Angoli orientati e la loro misura. Definizione delle funzioni seno e coseno. Valori particolari delle funzioni seno e coseno. I grafici e le proprietà delle funzioni seno e coseno. La funzione tangente e il suo grafico. La funzione cotangente e il suo grafico. Archi associati. Le formule di addizione, sottrazione e duplicazione per il seno e per il coseno. Le formule di bisezione, di trasformazione, di prostaferesi e di Werner. Primo teorema dei triangoli rettangoli. Secondo teorema dei triangoli rettangoli. Risoluzione di triangoli rettangoli. Equazioni goniometriche in seno, coseno, tangente e cotangente. Equazioni goniometriche. Disequazioni goniometriche.

Riferimenti bibliografici

- [1] Bergamini, M., Trifone, A., Zagnoli, A. *Corso base blu di matematica*. Zanichelli, 2008.
- [2] Lamberti, M., Mereu, L., Nanni, A. *Corso di Matematica - Algebra 1 e 2*. ETAS, 2007.
- [3] Lamberti, M., Mereu, L., Nanni, A. *Corso di Matematica - Geometria*. ETAS, 2007.
- [4] Maraschini, W., Palma, W. *Format Spe* (3 vols). Paravia, 2001.
- [5] Maraschini, W., Palma, W. *La costruzione del piano*. Paravia, 2007.
- [6] Maraschini, W., Palma, W. *Problemi e strumenti della matematica* (2 vols). Paravia, 2007.