

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA**Tema di:** MATEMATICA*Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 dei 10 quesiti del questionario.***PROBLEMA 1**

Nel piano riferito a coordinate cartesiane, ortogonali e monometriche, si considerino i triangoli ABC con A(1, 0), B(3, 0) e C variabile sulla retta d'equazione $y=2x$.

1. Si provi che i punti (1, 2) e $\left(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$ corrispondono alle due sole posizioni di C per cui è

$$\widehat{ACB} = \frac{\pi}{4}$$

2. Si determini l'equazione del luogo geometrico γ descritto, al variare di C, dall'ortocentro del triangolo ABC. Si tracci γ .
3. Si calcoli l'area Ω della parte di piano delimitata da γ e dalle tangenti a γ nei punti A e B.
4. Verificato che è $\Omega = \frac{3}{2}(\ln 3 - 1)$ si illustri una procedura numerica per il calcolo approssimato di $\ln 3$.

PROBLEMA 2

Siano f e g le funzioni definite, per ogni x reale, da $f(x) = 2^x$ e $g(x) = x^2$

1. Si traccino i grafici di f e di g e si indichi con A la loro intersezione di ascissa negativa.
2. Si calcoli, con uno dei metodi di approssimazione numerica studiati, l'ascissa di A con due cifre decimali esatte.
3. Quanti e quali sono gli zeri della funzione $h(x) = 2^x - x^2$? Si tracci il grafico di h .
4. Si calcoli l'area racchiusa tra il grafico di h e l'asse x sull'intervallo $[2, 4]$.

Y557 – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO SPERIMENTALE

Indirizzo: PIANO INTERNAZIONALE INFORMATICA**Tema di:** MATEMATICA**QUESTIONARIO**

1. Siano dati un cono equilatero e la sfera in esso inscritta. Si scelga a caso un punto all'interno del cono. Si determini la probabilità che tale punto risulti esterno alla sfera.
2. Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che $\operatorname{sen} \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$
3. Un solido ha per base un cerchio di raggio 1. Ogni sezione del solido ottenuta con un piano perpendicolare ad un prefissato diametro è un triangolo equilatero. Si calcoli il volume del solido.
4. Si esponga la regola del marchese *de L'Hôpital* (1661 – 1704) e la si applichi per dimostrare che è: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2008}}{2^x} = 0$
5. Nel piano riferito a coordinate cartesiane (x, y) si dica qual è l'insieme dei punti per i quali risulta: $y^2 - x^3 > 0$
6. I lati di un parallelepipedo rettangolo misurano 8, 9 e 12 cm. Si calcoli, in gradi e primi sessagesimali, l'ampiezza dell'angolo che la diagonale mandata da un vertice fa con ciascuno dei tre spigoli concorrenti al vertice.
7. Perché è *geometria "non" euclidea*? Che cosa e come viene negato della geometria euclidea? Si illustri la questione con gli esempi che si ritengono più adeguati.
8. Sia f la funzione definita da $f(x) = \pi^x - x^\pi$. Si precisi il dominio di f e si stabilisca il segno delle sue derivate, prima e seconda, nel punto $x = \pi$.
9. In una classe composta da 12 maschi e 8 femmine, viene scelto a caso un gruppo di 8 studenti. Qual è la probabilità che, in tale gruppo, vi siano esattamente 4 studentesse?
10. Qual è l'equazione della curva simmetrica rispetto all'origine di $y = e^{-2x}$? Quale quella della curva simmetrica rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.