

MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE

SCUOLE ITALIANE ALL'ESTERO (AMERICHE)

ESAMI DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

Sessione Ordinaria a.s. 2007/08

SECONDA PROVA SCRITTA

Tema di Matematica

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 4 degli 8 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Si fissi nel piano la semicirconferenza Γ che ha centro in C e diametro $AB=2$ e si affrontino le seguenti questioni:

1. Si determini su Γ un punto P tale che detta Q la sua proiezione ortogonale sulla tangente in B a Γ , si abbia $AP+PQ=k$ ove k è un parametro reale diverso da zero.
2. Si trovi il rettangolo di area massima inscritto in Γ
3. Si calcoli il volume del solido che ha per base il semicerchio delimitato da Γ e tale che tagliato con piani ortogonali ad AB dia tutte sezioni quadrate.

PROBLEMA 2

Nel piano riferito a coordinate cartesiane ortogonali e monometriche:

1. Si studino e si rappresentino graficamente le funzioni f e g definite per ogni numero reale non nullo, rispettivamente, da $f(x) = x + \frac{1}{x}$ e $g(x) = x - \frac{1}{x}$ e si dica se è vero che la somma di un numero positivo e del suo inverso è almeno 2
2. Si calcoli l'area della parte di piano compresa tra i grafici di f e g per $1 \leq x \leq 2$ e disponendo di una calcolatrice elettronica se ne dia un valore approssimato a meno di 10^{-2} .
3. Sia P un punto del piano di coordinate $\left(t + \frac{1}{t}, t - \frac{1}{t}\right)$. Al variare di t ($t \neq 0$), P descrive un luogo geometrico del quale si chiede l'equazione cartesiana e il grafico.

QUESTIONARIO

1. Una strada rettilinea in salita supera un dislivello di 150m con un percorso di 3km. Quale è la sua inclinazione?
2. Si provi che fra tutti i cilindri inscritti in un cono circolare retto ha volume massimo quello la cui altezza è la terza parte dell'altezza del cono
3. Quale significato attribuisce al simbolo $\binom{n}{k}$? Esiste un k tale che $\binom{12}{k} = \binom{12}{k-3}$?
4. Si diano esempi di funzioni i cui grafici presentino due asintoti verticali e un asintoto orizzontale.
5. Si calcolino il numero delle soluzioni dell'equazione: $|x^2 - x| = k$ al variare di $k \in \mathbb{R}$.
6. Quante diagonali ha un poligono di 2008 lati?
7. Dati nel piano cartesiano i punti di coordinate reali $P(x, |x|)$ e $Q(x, \sqrt{4 - x^2})$ si determini, al variare di x, l'insieme dei punti Q la cui ordinata è minore dell'ordinata di P.
8. La regione R delimitata dal grafico di $y = 12\sqrt{x}$, dall'asse x e dalla retta $x=2$ è la base di un solido S le cui sezioni, ottenute tagliando S con piani perpendicolari all'asse x, sono tutti triangoli equilateri. Si calcoli il volume di S.

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è ammesso lasciare l'aula degli esami prima che siano trascorse tre ore dalla dettatura del tema.